

Title	im Kleinen affine 寫像二就テ
Author(s)	吉田, 耕作; 角谷, 静夫
Citation	全国紙上数学談話会. 40 p.5-p.8
Issue Date	1935-05-07
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74050
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

128. *im Kleinen* affine 寫像 = 就テ

吉田 耕作, 角谷 頼夫 (阪大)

解析函数 = ヨル寫像即チ所謂等角寫像ハ *in Kleinen*
= 於テ *Ähnlichkeitstransformation* デアル。即チ

1) *im Kleinen* = 於テ円ヲ *schlicht* = 円 =
寫ス。

2) 但シ函数ノ定義領域内 = 集積セヌヤウナ除外点 = 於
テハ *Schlichtheit* ハ破レルガ斯ル点ヲ中心トスル円ハ

其ノ寫像点ヲ *algebraic* = 円ガ有限枚ツナガツタ
Riemannsche Flächenstück = 寫サレル (矢張り
im Kleinen ノ話デス)

楕テ上ノ *im Kleinen* = 於テ円ガ円ニト云フコトヲ
 一般ニシテ円ガ楕円ニトシタモノヲ以下 *im Kleinen*
affine ナ寫像ト呼ブ。(勿論適當ナ *continuity* ノ條
 件ヲ入レナケレバナラナイガ、ソノ詳細ハ又ノ機會ニユヅリ
 マス)

函数論ニ於ケル *elementary* ナ多クノ定理ガ斯カル
 寫像ヲ與ヘル函数 $W=f(z)$ = 於テモ成立スルコトハ言フ
 迄モアリマセン。

ココニハ斯ル寫像ニヨルーツノ *Verzerrungsprinzip*
 ヲ述ベタイ。

$W=f(z)$ = ヲツテ z_0 = 於ケル円ハ *im Kleinen* =
 於テ $w_0=f(z_0)$ = 於ケル楕円ニナルガコノ楕円ノ長軸ト短
 軸ノ比ヲ $\gamma(z_0) \geq 1$ トヲク。

定理. z 平面ニ於ケル短形 (一辺ノ長サ l , 他辺ノ長
 サ $|dz|$) ノ $W=f(z)$ = ヲル寫像ノ面積ヲ dA , l ノ寫像
 ノ長サヲ l' トスルト

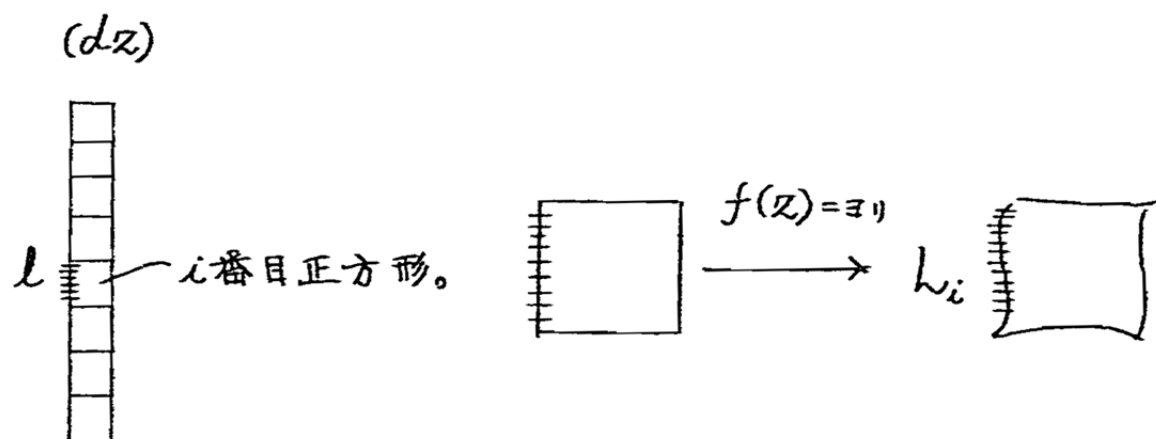
$$(1) \quad dA \geq \frac{l^2}{l\gamma} |dz|$$

但シ γ ハ矩形内ニ於ケル $\gamma(z_0)$ ノ *maximum*.

証. 矩形ガ正方形 (一辺ノ長サ $|dz|$) $n = \frac{l}{|dz|}$ 個

カラ成ルトスル。各正方形ハ面積高々 $\frac{L_i^2}{r}$ ノ無限小矩形ニ寫サレル。

但シ L_i ハ $\sum_{i=1}^n L_i = l$ ヲ満足スル。(次圖ヲミヨ)



$$\text{故} = dA \geq \sum_{i=1}^n \frac{L_i^2}{r} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^n L_i^2$$

一方 $\sum_{i=1}^n L_i = l$ カラ Schwarz ノ不等式ニヨリ

$$l^2 \leq n \sum_{i=1}^n L_i^2 = \frac{l}{|dz|} \sum_{i=1}^n L_i^2$$

依ツテ (1) ヲ得ル。(モット嚴密ニスル可キダガ簡單ニ方針ノミ述ベマシタ)

式(1)ハ H. Grötsch カ例、Modulgrösse ト云フ名前ヲ毎々使フ論法ヲ differentialform ニ書キ盡シヌモノニ違ヤマセンガ。

之カラ例ヘバ L. Ahlfors ノ例、等角寫像論的豫備定理ニ相當スルモノモ (integration ニヨリ) im Kleinen affine 寫像ニ對シテモ得ラレマス。

從ッテ $i. K. a.$ 寫像ヲ映ヘル函数 = 對スル *Picard*
ノ定理, 或ヒハ *Schlicht* 函数, *Verzerrungssatz*
等色々ナモノが得ラレルト思ヒマス。何レモ少しマトマツテ
カラ 御高見ヲ伺フ積リデス。

最近 $C. R. = \text{Laurentieff}$ が *presque analy-*
tique function ト云フモノニツイテ種々重要ナ結果
ヲ得テヲリマスガ之ハ結局 $i. K. a.$ 寫像ノ理論デアリマ
セウ。

兎ニ角幾何學的函数論? ヲ微分幾何學的? = 擴張シ
テ行ケバ面白イコトニナルダラウト筆者等ハ考ヘテヲリマス。